

XXVI OLIMPIADA SEGUNDO ESO COMARCAL PROBLEMAS

PROBLEMA 1

En este problema manejamos divisiones enteras, sin decimales, es decir, tienen dividendo, divisor, cociente y resto.

- a) La siguiente igualdad representa la prueba de una división: $38 = 4 \times 8 + 6$
- Di qué número es el divisor y cuál es el cociente.
 - ¿Hay más de una posibilidad? Si la hay, escríbela.
- b) Contesta:
- Escribe una división en la que el divisor sea 81 y el resto 64.
 - ¿Hay más divisiones con divisor 81 y resto 64? ¿Cuántas? Razona la respuesta.
- c) Responde:
- ¿Cuántas divisiones hay en las que el dividendo sea 17 y el resto 0? Escríbelas.
 - ¿Y si el dividendo es 15 o es 25, habría más o menos divisiones con resto 0, que en el caso anterior? ¿Por qué?
- d) Tenemos que hacer las operaciones $45826:10$, $45826:100$ y $45826:1000$.
- ¿Cuál es el resto de cada una de las divisiones?
 - ¿Cómo se puede saber cuál es el resto, sin hacer las divisiones?

PROBLEMA 2

En unos grandes almacenes ponen la siguiente promoción de fin de semana:

“Al pagar una compra en la sección de perfumería, le entregaremos una tarjeta-regalo por un importe del 20% del precio que marca el producto o los productos que compre.

- *Podrá usar la tarjeta-regalo desde ese momento para las siguientes compras en perfumería».*
- *Si el precio de una compra es menor que la tarjeta-regalo que tenía, puede usarla, pero pierde lo que le sobre en la tarjeta que ha usado.*
- *En la segunda compra y en todas las demás, también recibirá una tarjeta regalo, por el 20% del precio que marque lo que compre, aunque al pagar se le descuenta alguna tarjeta-regalo que tenga de antes”.*

Una cliente desea comprar una unidad de cada uno de estos productos: máquina de afeitar (200€), perfume (90€), neceser (40€), esmalte de uñas (7€), esponja de baño (4€) y crema hidratante (75€).

La cliente, buena en matemáticas, decide no pagarlo todo de golpe, sino hacer más de un pago, para poder utilizar en cada uno de ellos las tarjetas-regalo de los pagos anteriores.

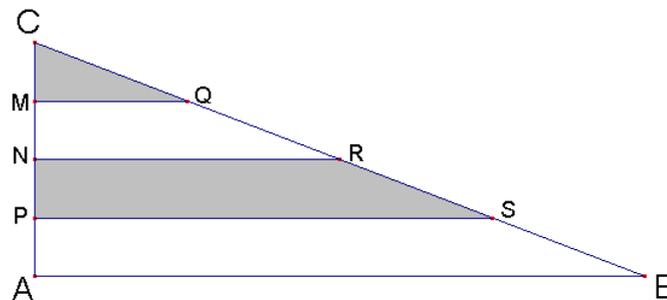
- ¿Cómo le aconsejarías pagar (agrupando o no algunos de los productos) para que la compra le sea más ventajosa? Indica en qué orden debe pagar los productos y la forma de agruparlos, si decide hacerlo.
- ¿Hay más de una posibilidad? Pon alguna más si la hay.
- ¿Cuánto gasta en total, utilizando las tarjetas regalo, para comprar todos estos productos? (la última tarjeta regalo la pierde) ¿Gasta siempre lo mismo, pague como pague?

PROBLEMA 3

En el triángulo rectángulo ACB se dividen la hipotenusa y un cateto en cuatro partes iguales y se unen los puntos de división mediante segmentos, según se muestra en la figura.

Si el área del triángulo ACB es 256 cm^2 , calcula:

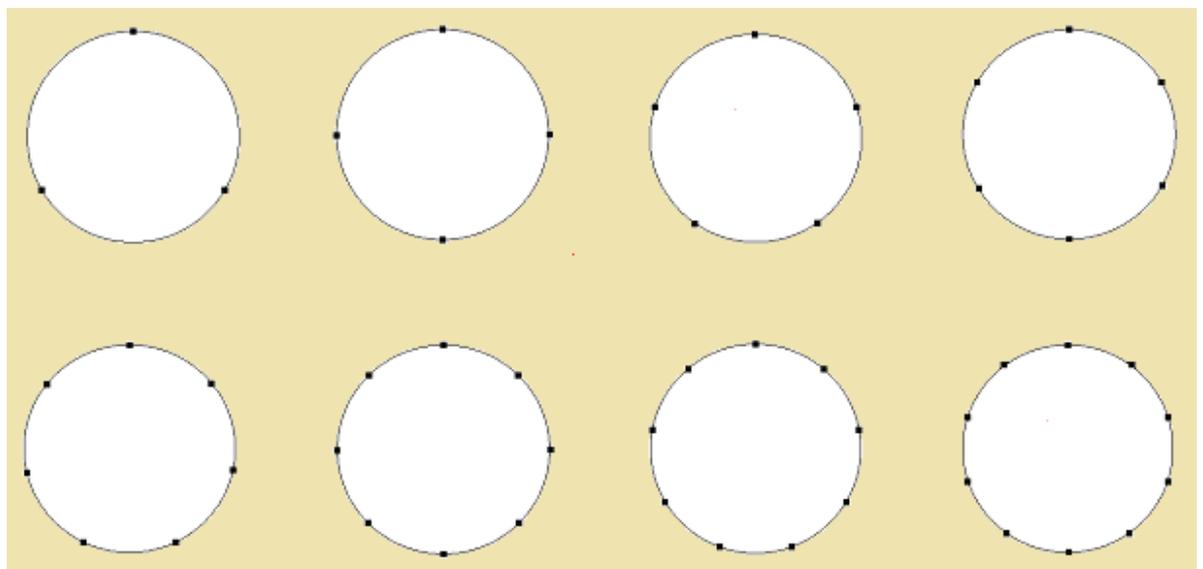
- El área del triángulo MCQ
- El área del trapecio PNRS



PROBLEMA 4

Tenemos circunferencias donde hay situados puntos equidistantes. Se trata de dibujar triángulos que tengan por lo menos dos lados iguales (equiláteros o isósceles). Se considera que dos triángulos son iguales si coinciden cuando se giran.

- ¿Cuántos triángulos distintos obtienes si tenemos tres puntos equidistantes sobre una circunferencia? ¿Y si hay cuatro, cinco..., diez puntos? Escribe, en la tabla de abajo, el número de triángulos que se pueden dibujar en cada caso.



Puntos en la circunferencia	3	4	5	6	7	8	9	10
N.º de triángulos								

- b) ¿Cuántos habrá si marcamos en la circunferencia 99 puntos equidistantes? ¿Y si son 100? Razona las respuestas (no hagas dibujos).
- c) ¿Cuántos habrá sin marcamos en la circunferencia un número cualquiera, n , de puntos equidistantes? (Da el resultado en función de n).

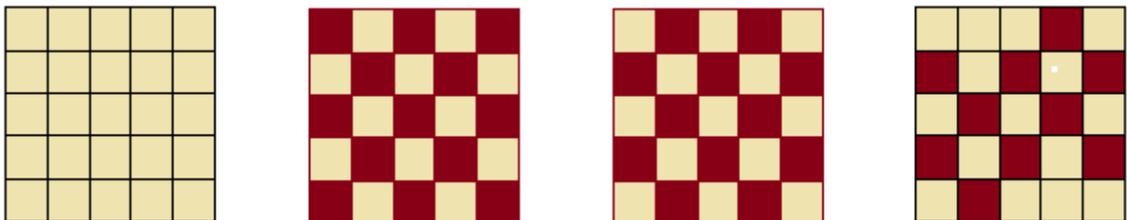
PROBLEMA 5

Te proponemos un reto. Disponemos de:

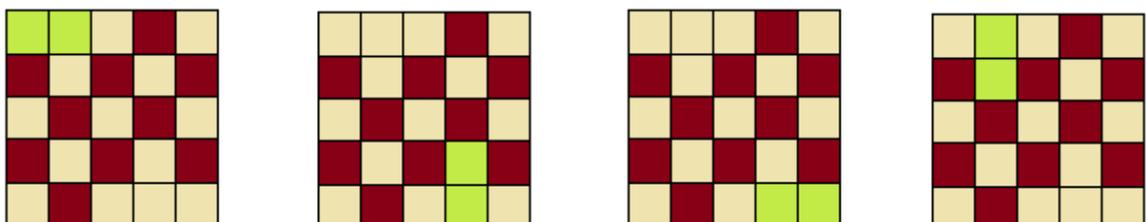
- Tableros cuadrículados.
- Distintos tipos de fichas formadas por varios cuadrados del mismo tamaño que los cuadraditos que forman el tablero, unidos como aparecen en los dibujos (en cada apartado te diremos con el tipo de ficha que se juega).
- Las fichas se deben colocar ajustándose a cuadrados del tablero que no estén sombreados.

El reto consiste en sombrear el mínimo de cuadrados del tablero, de tal forma que se impida colocar la ficha que se indique.

Por **ejemplo**, si tenemos el tablero de la izquierda y jugamos con fichas dobles, sombreando como hemos hecho en los dos tableros centrales, es imposible colocar una ficha doble. En cambio en el tablero último sí hay varios lugares donde se puede colocar la ficha doble.

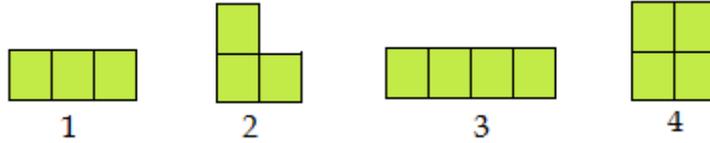


Distintas colocaciones de las fichas en los huecos que han quedado en el último tablero:



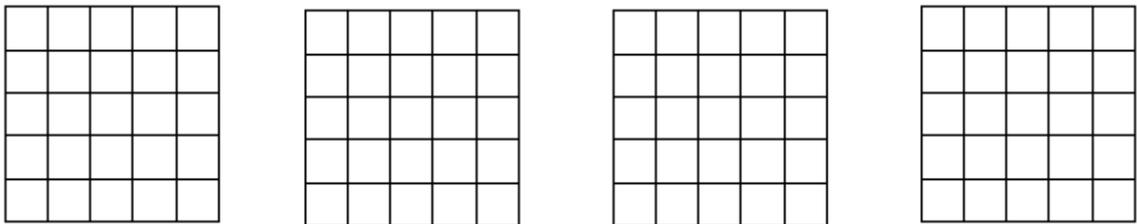
Observa que en el primer caso hemos sombreado 13 cuadrados y en el segundo solo 12. Es más, con menos de 12 no se puede impedir que alguien coloque una ficha doble. Por ello decimos que 12 es el número mínimo de cuadrados sombreados necesarios.

Tenemos estas tipos de fichas: 1, 2, 3 y 4



a) Trabajemos con la ficha 1

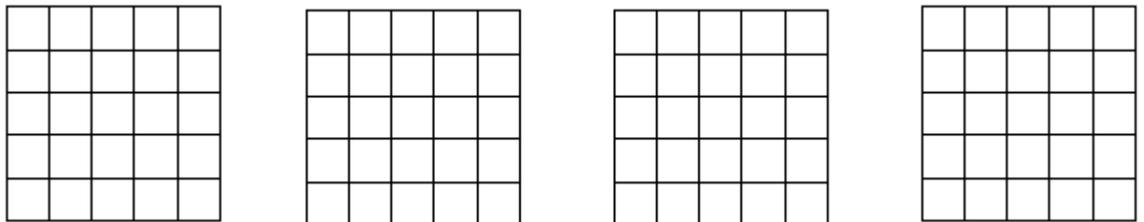
- ¿Cuántos cuadrados tienes que sombrear, como mínimo, para que no se pueda poner ninguna ficha 1? Escribe ese número mínimo. **Sombréalos** en uno de los tableros que te damos abajo. ¿Hay una única posibilidad? Si hay varias, diferentes, sombrea, al menos, otra más.
- Explica, dando razones, por qué no puede impedirse la colocación de la ficha tipo 1, con menos cuadrados sombreados.



El número mínimo que necesitamos sombrear es.....

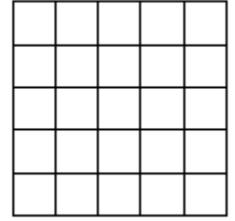
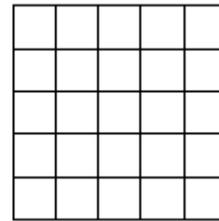
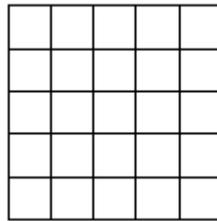
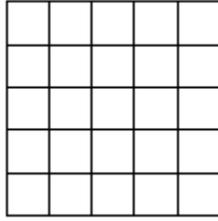
b) Trabajemos con la ficha tipo 2

- ¿Cuántos cuadrados tienes que sombrear, como mínimo, para que no se pueda poner ninguna ficha de tipo 2? Escribe ese número mínimo. **Sombréalos** en el tablero que te damos.
- ¿Hay una única posibilidad? Si hay varias, diferentes, sombréalas.
- Explica, dando razones, por qué no puede impedirse la colocación de la ficha tipo 2, con menos cuadrados sombreados.



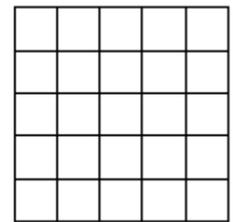
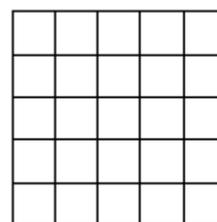
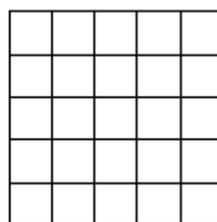
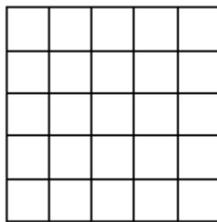
El número mínimo que necesitamos sombrear es.....

- c) Responde a las mismas cuestiones que antes, pero ahora suponiendo que queremos impedir que se coloque la ficha tipo **3**.



El número mínimo que necesitamos sombrear es.....

- d) Haz lo mismo para la ficha tipo **4**.



El número mínimo que necesitamos sombrear es.....